

# GIMNASTYKA UMYSŁU

## MENTAL GYMNASTICS

Czy matematykę każdy może ośwoić? Czy rzeczywiście humaniści gorzej sobie z nią radzą? Wspólnie z prof. Małgorzatą Makiewicz, badaczką kultury i edukacji matematycznej, obalamy mity o jednym z najbardziej nienawidzonych przedmiotów w szkole. Can everyone master mathematics? Do humanities students genuinely struggle with it more? Together with Professor Małgorzata Makiewicz, a researcher of mathematical culture and education, we debunk the myths surrounding one of the most disliked school subjects.

tekst / by AGNIESZKA MICHALAK



PL

Zapytałam AI, dlaczego dzieci nie lubią matmy. I oto, co mi odpowiedziało: Dzieci często nie lubią matematyki z powodu trudności w rozumieniu abstrakcyjnych pojęć, braku związku z ich codziennym życiem, a także z powodu presji i negatywnych doświadczeń w szkole. Co Pani na to?

Matematyka w wielu krajach należy do przedmiotów o najwyższym wskaźniku płatnych korepetycji. To nieakceptowalne, choć zrozumiałe, bo jest powszechnym przedmiotem egzaminacyjnym. Jednak wiele lęków i frustracji związanych z uczeniem się jej pojawia się u dzieci jeszcze przed rozpoczęciem edukacji szkolnej. Dlaczego? Niektórzy uważają, że niechęć do matematyki jest jak swoisty kod genetyczny: twój rodzice i dziadko-

ENG

I asked AI why children dislike math. Here's what it answered: Children often dislike mathematics due to the difficulty of understanding abstract concepts, the lack of connection between math and their daily lives, and pressure and negative experiences at school. What do you make of that?

Mathematics in many countries ranks among the subjects with the highest demand for paid tutoring. This situation is unacceptable, yet somewhat understandable, because math is a common subject in exams. However, many of the fears and frustrations connected with learning math appear in children even before they begin formal schooling. Why is that? Some believe that dislike for mathematics

wie mieli z nią problemy, a zatem na pewno sobie nie poradzisz. A na zapatrywanie społeczeństwa na matematykę składa się wiele czynników. Np. wygłaszane opinie chociażby rodziców, którzy straszą dzieci: w szkole to już będzie koniec zabawy, tam będziesz musiał uczyć się matematyki. Z drugiej strony, jeśli podczas rozmowy towarzyskiej ktoś zapomni ważnej daty, imienia władcy albo pomyli Mozarta z Beethovem, uchodzi za ignorantę. A niezajomość matematyki, wyrażana publicznie przez celebrytów, postrzegana jest jako absurdalny atut.

**A co z kamuflowaniem swojego niezrozumienia matematyki etykietą humanisty?**

To jeszcze bardziej niedorzeczne. Przecież umysł humanisty, z definicji, jest otwarty na budowanie wiedzy i poznawanie jej kontekstów. Humanisci dawnych epok: poeci, filozofowie, często legitymowali się wysoką kulturą matematyczną. Nie zajmowali się recytowaniem definicji czy dopasowaniem rozwiązań do algorytmów, lecz starali się wydobywać z tych pojęć konkretne konteksty i znaczenia.

**W takim razie dlaczego niektórzy mają tak wielkie z problemy akurat z tym przedmiotem?**

Matematyka, jako nauka abstrakcyjna, daje ogólne sposoby rozumowania, oferuje narzędzia wnioskowania, dostrzegania, formułowania i rozwiązywania problemów ogólnych. Tymczasem każdy człowiek rozwija się indywidualnie, choć zazwyczaj w zgodzie z pewnymi prawidłowościami. Na przykład przed-

Na poprzedniej stronie:  
Kąt półpełny czy pełny?,  
Nadia Fedder, poniżej:  
Przekątna kwadratu,  
Justina Czosnyka,  
na str. obok: Jednokładność,  
Leszek Górski.  
Prace z konkursu:  
Matematyka w obiektywie.  
On the previous page:  
180 or 360 Degrees,  
Nadia Fedder  
Below: Diagonal of a Square,  
Justina Czosnyka  
On the next page:  
Homothety, Leszek Górski  
Works from the competition:  
Mathematics in Focus.

functions almost like a genetic code: your parents and grandparents struggled with it, so surely you won't cope either. Moreover, society's attitude towards math is shaped by many factors. For example, parents often warn their children: "School means the end of fun; you'll have to study math there." Yet, in social conversations, if someone forgets an important historical date, the name of a ruler, or confuses Mozart with Beethoven, they are quickly labelled ignorant. Meanwhile, public displays of mathematical ignorance by celebrities are sometimes viewed as an absurd badge of honour or even a quirky charm.

**What about those who disguise their inability to understand math with the cloak of "humanism"?**

That's even more ridiculous (laughs). The humanist mind, by definition, is open to building knowledge and exploring its contexts. Humanists of past eras – poets, philosophers – often demonstrated high mathematical culture. They did not focus on rote memorization of definitions or matching solutions to algorithms; instead, they sought to derive concrete contexts and deeper meanings from mathematical concepts.

**So why do some people find this subject so difficult?**

Mathematics, as an abstract science, offers general methods of reasoning, providing tools for inference, observation, formulating, and solving general problems. Meanwhile, every person develops individually, although usually following certain developmental patterns. For instance, a preschool child reasons at a preoperational level, while a child beginning primary school starts to use concrete operational thinking. This means treating children as miniature adults simply doesn't make sense. If we want to encourage children to embark on a cognitive adventure with mathematics, we need to move from abstraction to real-world objects. And here is where the problems begin. A lot of thought has to go into selecting examples and representations. For example, introducing the concept of a rectangle by showing a book, a smartphone, and a window, and saying "these are rectangles", builds a misleading mental image in the student. First, the teacher commits what is called an underinclusion error – restricting the number of examples and thus preventing children from abstracting away irrelevant properties such as colour, size, or thickness.

**How then can one help a child understand plane geometry?**

One needs to enter the realm of flat shapes. Children love playing with shadows. The image formed by projecting an object – say a notebook,

szkolak rozumuje na poziomie przedoperacyjnym, a dziecko rozpoczynające naukę w szkole podstawowej zaczyna posługiwać się operacjami konkretnymi. Oznacza to, że traktowanie dzieci jakby były miniaturowymi dorosłymi po prostu nie ma sensu. Jeśli chcemy zachęcić dziecko do poznawczej przygody z matematyką, musimy zejść z poziomu abstrakcji na poziom obiektów realnych. I tu zaczynają się schody. Dobór ich reprezentacji musi być przemyślany. Nauczyciel, chcąc wprowadzić pojęcie prostokąta, pokazuje książkę, telefon, okno, i mówi: „to prostokąty”. Ale w ten sposób buduje w umysłach uczniów mylne wyobrażenie. Po pierwsze popełnia tzw. błąd niedomiaru, czyli redukuje liczbę przykładów i co za tym idzie, uniemożliwia dziecku abstrahowanie od koloru, rozmiaru i „grubości” przedmiotów.

**Jak wobec tego można pomóc dziecku np. w zrozumieniu geometrii płaskiej?**

Trzeba przejść do krainy płaszczynek. Dzieci uwielbiają zabawę z cieniem. Obraz powstały w wyniku rzutowania na płaszczyznę jakiejś przeszkody, np. zeszytu, pudełka czekoladek czy puszki, jest idealnie płaski, pozbawiony barwy. Istotny jest tylko kształt. Innym sposobem wprowadzenia dziecka w świat figur płaskich jest stemplowanie. Pieczętka wykonana np. z warzyw, pomalowana farbą przenosi dziecko z 3D na 2D. Obserwacje i uważne słuchanie uczniów prowadzą mnie do odrzucenia utartych schematów. Dlaczego w szkole zazwyczaj uczymy najpierw figur płaskich – tych niematerialnych, abstrakcyjnych, a potem figur przestrzennych? Przecież małe dziecko doskonale bawi się klockami w kształcie prostokątów czy walców, gra w piłkę lub puszcza mydlane bańki. To przecież obiekty z 3D.

**Z badań przeprowadzonych przez InfoShare Academy wynika, że w najbliższym czasie na świecie zabraknie około miliona osób z wykształceniem z obszaru STEM (science, technology, engineering i mathematics). Więc z tą niechęcią to nie są żarty.**

Zastanówmy się, na czym polega paradoks: matematyka – z jednej strony potrzebna we wszystkich sferach życia, warunkująca postęp ludzkości, z drugiej zaś wywołująca dystans, lęk, niechęć wśród uczących się. Jest dla wielu jedynie poprzeczką do pokonania, barierą oddzielającą okres szkolny od wymarzonego studiów. Jedną z przyczyn tego paradoksu jest to, że w szkole zbyt mocno trzymamy się podstawy programowej, koncentrujemy na testach, na beznamyślnym ćwiczeniu sprawności matematycznej, pozostawiając w oddali przykłady piękne, realnych zastosowań, twórczości, elegancji rozumowania i kształcenia języka matematyki. W ten sposób zatracamy naturalną zdolność człowieka do zadawania pytań. A przecież, jak mówiła w swoim odczycie noblowskim Wisława Szymborska: *wiedza, która nie*



**Jeśli połączymy kulturę matematyczną z fotografią, uzyskamy oryginalną i skuteczną koncepcję dydaktyczną. To mój sposób na odczarowanie matematyki.**

If we combine mathematical culture with photography, we obtain an original and effective teaching concept. This is my method of demystifying math.

a box of chocolates, or a can – onto a flat surface is perfectly flat and devoid of colour. Only the shape matters. Another way to introduce children to plane figures is stamping. A stamp made from vegetables painted with paint transfers the child from the three-dimensional world to two dimensions. Observations and attentive listening to students lead me to reject common traditional approaches. Why do schools typically teach plane figures first, abstract, immaterial shapes, and only afterwards spatial figures? Yet young children thoroughly enjoy playing with blocks shaped as cuboids or cylinders, playing ball games, or blowing soap bubbles. These are all three-dimensional objects.

A study by InfoShare Academy shows the world may soon lack about a million STEM professionals. So this aversion is a real concern.





wyłania z siebie nowych pytań, staje się z czasem martwa, traci temperaturę sprzyjającą życiu. To właśnie zapomniana w systemie szkolnym kultura matematyczna pozwala zinterpretować greckie meandry, fraktalne podobieństwo w płatku śniegu, kalafiorze czy kwiatostanie dzikiej marchwi. Buduje elegancję wnioskowania, twórczość i wyobraźnię.

**Rzeczona kultura matematyczna, czyli m.in. umiejętność dostrzegania matematyki w otaczającym świecie – sprawia, że z pozoru odległy, majestatyczny przedmiot szkolny staje się przyjazny i ciekawy?**

Właśnie! Kultura matematyczna łączy piękno widzialne i niewidzialne matematyki. Jeśli np. połączymy kulturę matematyczną z fotografią, uzyskamy oryginalną i skuteczną koncepcję dydaktyczną. To mój sposób na odczarowanie matematyki. Poprzez fotografię możemy uwewnętrznić wiedzę, zrozumieć niezrozumiałe, pobudzić emocje. Przeprowadzony przeze mnie eksperyment pedagogiczny wykazał pozytywny wpływ zastosowania fotografii podczas lekcji z matematyki na wszystkie składniki kultury matematycznej uczniów. Poznanie abstrakcyjnego obiektu poprzez fotografię nawiązującą do przedmiotu realnego, nazwanie obrazu własnym metaforycznym kodem przypomina mistyczne do-

Powyżej: *Alergiczna symetria*, Magdalena Ciesielska, na str. obok: *Przyrodnicze wahadła matematyczne*, Maria Fiałkowska. Prace z konkursu: *Matematyka w obiektywie*.

Above: *Allergic Symmetry*, Magdalena Ciesielska  
On the next page: *Mathematical Pendulums in Nature*, Maria Fiałkowska  
Works from the competition *Mathematics in Focus*.

Let's reflect on the paradox: on the one hand, mathematics is necessary in all spheres of life and underpins progress; on the other, it creates distance, fear, and dislike among learners. For many, math is only a hurdle to clear, a barrier separating school from their dream university studies. One reason for this paradox is that schools hold too rigidly to the curriculum, focusing on tests and the mechanical practising of mathematical skills, while ignoring mathematical beauty, real-world applications, creativity, elegant reasoning, and mathematical language. In doing so, we lose the natural human ability to ask questions. As Wisława Szymborska said in her Nobel lecture: knowledge that does not give rise to new questions eventually dies, losing the warmth that encourages life. The forgotten mathematical culture within the education system is what enables us to interpret Greek meanders, and the fractal similarities in snowflakes, cauliflower, or wild carrot flowers. It builds elegance in reasoning, creativity, and imagination.

**So this "math culture", the ability to see math in the world, makes the subject feel more friendly?**

Exactly! Mathematical culture unites the visible and invisible beauty of mathematics. For instance, if we combine mathematical culture with photography, we

świadczenia, o których pisał Leszek Kołakowski w *Mini wykładach o maxi sprawach*.

**Przed rozpoczęciem pracy naukowej w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego i w Instytucie Wspomagania Człowieka i Edukacji Akademii Pedagogiki Specjalnej w Warszawie przez ponad 10 lat pracowała Pani jako nauczycielka matematyki i logiki. Zastanawiam się, jak Pani zarażała swoją pasją uczniów? Właśnie poprzez stosowanie matematyki w praktyce?**

Starałam się rozbudzać i pielęgnować zainteresowania i zdolności matematyczne moich uczniów, dostosowując swój warsztat dydaktyczny do ich potrzeb i możliwości poznawczych. Logikę poznawaliśmy, np. nakręcając filmy – o paradoksie krokodyla, kata czy tzw. gazety bez nazwy. Krzywych stopnia drugiego – paraboli, elipsy, hiperboli – uczyliśmy się poprzez doświadczalne cięcie lodów – stożków pod określonymi kątami. Poznając elipsę, wykonywaliśmy instalacje ze sznurka i pinezek lub fotografowaliśmy piłki.

**Czy zatem niechęć do matematyki może być związana z jakością nauczania?**

Niestety nie zawsze mamy wpływ na to, od kogo się uczymy. Ja pokochałam matematykę już w dzieciństwie. Dzięki rodzicom, którzy zachęcali do stawiania

**MATEMATYKA W OBIEKTYWIE**  
MATHEMATICS IN FOCUS

16. edycja międzynarodowego konkursu fotograficznego trwa od 1.09 do 3.11.2025 r.

Zgłoszenia online na: [mwo.usz.edu.pl](http://mwo.usz.edu.pl). Na laureatów czekają nagrody pieniężne i nominacje do publikacji i wystaw. Ekspozycje *Mathematics in Focus* gościły już m.in. w Parlamencie Europejskim, Senacie RP oraz w warszawskim Pałacu Kultury i Nauki.

The 16th edition of the international photography competition runs from September 1 to November 3, 2025. Submit your entries online at: [mwo.usz.edu.pl](http://mwo.usz.edu.pl) Winners will receive cash prizes and nominations for publications and exhibitions. Exhibitions of "Mathematics in Focus" have previously been held at prestigious venues such as the European Parliament, the Polish Senate, and the Palace of Culture and Science in Warsaw.

obtain an effective teaching concept. This is my method of demystifying math. Through photography, we internalize knowledge, comprehend the incomprehensible, and evoke emotions. A pedagogical experiment I conducted showed that incorporating photography during math lessons had a positive effect on all components of the students' mathematical culture. Recognizing an abstract object through a photograph connected to a real object, naming the image with one's own metaphorical code, resembles the mystical experiences described by Leszek Kołakowski in *Mini-Lectures on Maxi Matters*.

**Before joining the Institute of Mathematics in Szczecin and the Institute for Human Support and Education in Warsaw, you taught math and logic for over 10 years. How did you share your passion?**

I tried to awaken and nurture my students' interests and mathematical abilities, adapting my teaching methods to their cognitive needs and abilities. We explored logic, for example, by creating films about the crocodile paradox, the executioner, and the "newspaper without a name". We studied second-degree curves: parabolas, ellipses, hyperbolas, by cutting through ice-cream cones at specific angles. When learning about ellipses, we made installations from string and pins.

pytań, podsuwali książki, w których mogłam sprawdzić swoje przypuszczenia. Wiele zawdzięczam nauczycielce z liceum – Irenie Wrzosek-Perłowskiej, to ona nauczyła mnie stosowania matematyki w praktyce. Dr Kazimierz Skurzyński, zwany Sokratesem Pomorza Zachodniego – najpierw mój wykładowca, dziś przyjaciel, sprawił, że matematyka stała się dla mnie podróżą w czasie i przestrzeni przez krainę filozofii, astronomii, literatury. Pamiętam też, że podczas Zjazdu Matematyków Polskich w Krakowie specjalista od teorii szeregów prof. Leon Jeśmanowicz zreczenie namalował mi obraz edukacji matematycznej, która daje uczniowi znacznie więcej niż sama wiedza. Zrozumiałam, że poprzez swoje oderwanie od realnych przedmiotów matematyka unosi się nad realnym światem. Na studiach matematycznych nie miałam w programie kursu geometrii wykresłej, tak przydatnej w zawodzie nauczyciela. Tę lukę uzupełniałam, podglądając warsztat zawodowy inżyniera konstrukcji stalowych – mojego męża Mariusza. Te osoby sprawiły, że matematyka stała się dla mnie przygodą życiową, wyrafinowaną gimnastyką umysłu, narzędziem rozwiązywania problemów.

**A 15 lat temu stworzyła Pani konkurs fotograficzny *Matematyka w obiektywie* i udowodniła, że matematykę można sfotografować.**

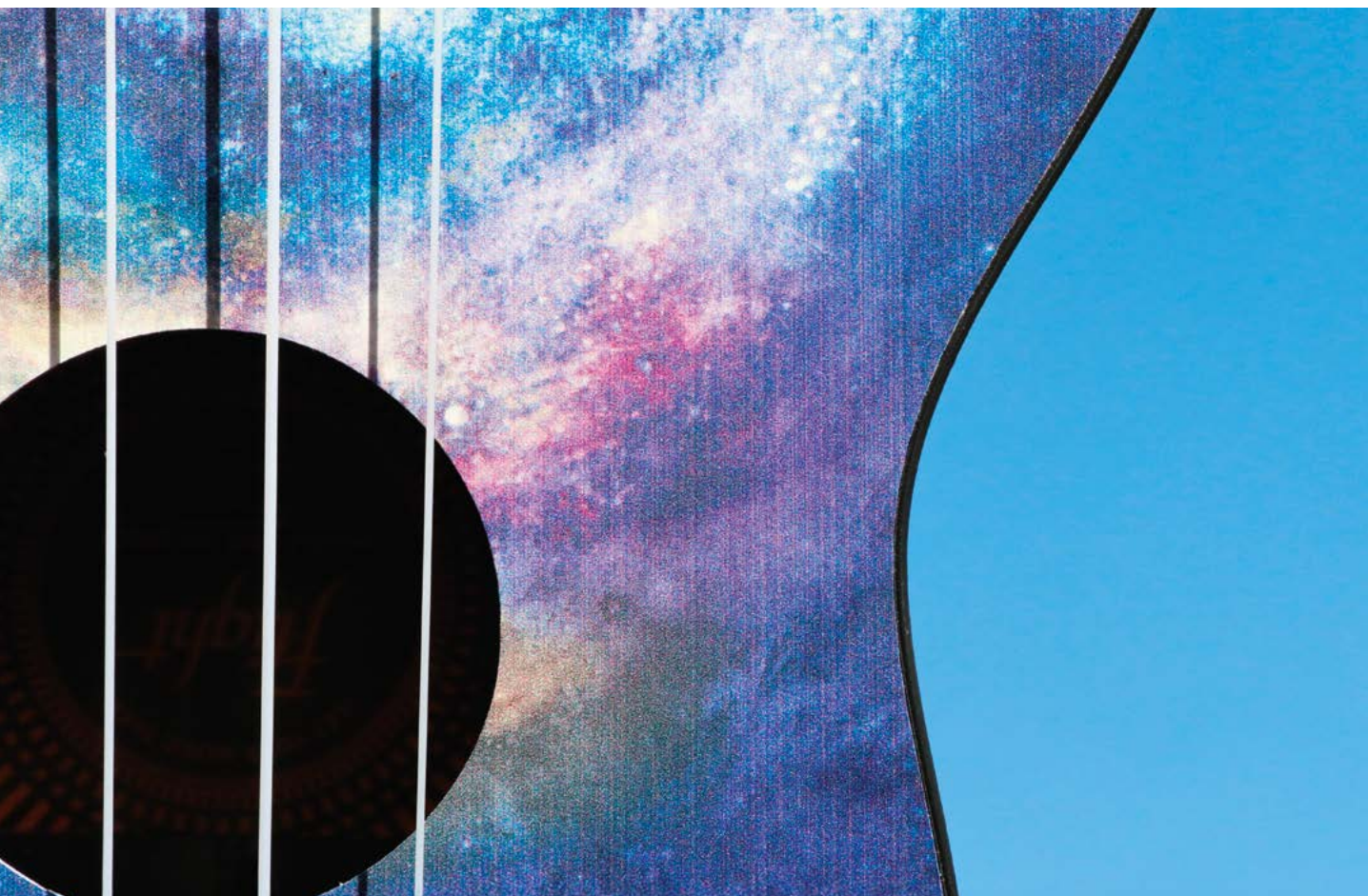
Zanim o tym opowiem, muszę wspomnieć o jeszcze jednym spotkaniu. Wiele lat temu przysłuchiwałam

*Krzywa, koło i proste równoległe, Agata Pałamar, 3 miejsce, 2021 r., w konkursie *Matematyka w obiektywie*.*

*Curve, Circle and Parallel Lines, Agata Pałamar, 3rd place, 2021, in the competition *Mathematics in Focus*.*

**So is dislike for math sometimes due to how it's taught?**

Unfortunately, we can't always choose our teachers. I fell in love with mathematics as a child, thanks to parents who encouraged me to ask questions and provided books where I could test my hypotheses. I owe much to my high school teacher Irena Wrzosek-Perłowska, who taught me to apply mathematics in practice. Dr. Kazimierz Skurzyński, called the Socrates of Western Pomerania – first my lecturer, now a friend – made math a journey through time and space, encompassing philosophy, astronomy, and literature. I also remember that during the Polish Mathematicians' Congress in Krakow, Leon Jeśmanowicz, a professor of series theory, skilfully painted a picture of math education giving students far more than just knowledge. I realized that mathematics, by detaching itself from real objects, floats above the real world. At university, I had no course in descriptive geometry, which is a very useful teaching tool. I filled that gap by observing the work of my husband Mariusz, a professional structural steel engineer. These people made mathematics a lifelong adventure for me, a refined mental exercise, and a tool for solving problems.



## Jeśli chcemy zachęcić dziecko do poznawczej przygody z matematyką, musimy zejść z poziomu abstrakcji na poziom obiektów realnych.

If we want to encourage children to embark on a cognitive adventure with mathematics, we need to move from abstraction to real-world objects.

się w Szczecinie wykładowi prof. Aleksandra Wolszczana. Pamiętam skrupulatnie i metodycznie przedstawione fakty na temat odkrycia pozasłonecznych układów planetarnych. Była to opowieść ilustrowana obrazami Wojciecha Siudmaka. Wtedy zdałam sobie sprawę, jak bardzo nauka przeplata się ze sztuką.

### Ale co z tym fotografowaniem matematyki?

Matematyka, podobnie jak filozofia, należy do nauk formalnych. Liczba, przestrzeń, funkcja – to przykłady obiektów abstrakcyjnych i niewidzialnych. Nasz konkurs to jedna z najtrudniejszych rywalizacji w obrębie sztuki malowania światłem. Uczestnicy z różnych stron świata wysyłają fotografie ukazujące własne reprezentacje pojęć lub prawidłowości matematycznych. Na przykład ostatnio wyróżniłmy fotografię przedstawiającą dwa talerze z dwiema zupami.

### Jaki miały związek z matematyką?

Często z niezjedzonego niedzielnego rosółu robi się zupę pomidorową. Można rzec, że pomidorowa jest pochodną rosółu. Jeśli tak, to całą z pomidorowej jest rosół. Proszę sobie wyobrazić studyjne zdjęcie papryczki chili rzucającej cień i autorski tytuł *Rzutowanie na ostro*, wróbla o kształcie krzywej stożkowej siedzącego na murku nazwanego „kierownicą paraboli”. Makrofotografia śnieżynki ujęta jurorów tytułem „Zima nas Kocha”. Nagrodę przyznaliśmy za wielką literę „K” w tytule pracy nawiązującą do Helge Van Kocha, którego uznaje się za twórcę krzywej fraktalnej. Doceniam zdjęcie wykonane w nocy na placu zabaw. W dwóch miejscach obrotowej karuzeli dziecięcej przyczepiono latarki. Uzyskana fotografia wprowadzonej w ruch karuzeli idealnie przedstawiła okręgi koncentryczne. Fotografia wykonana wieczorem przedstawiająca uliczną lampę w prosty sposób pokazała stożek, a dziecięca zabawa na kole garncarskim – figurę obrotową. Dwa jesienne liście w aureolach słońca ilustrują pojęcie przestrzeni Hausdorffa, a foremki do ciasteczek z koralikami – zasadę szufladkową Dirichleta, gdyż w jednej z foremek były dwie, a nie jedna kuleczka. Fotografia metaloplastyki na drzwiach jednej z berlińskich bibliotek ukazała oryginalny dowód twierdzenia Pitagorasa pochodzący z *Elementów* Euklidesa. Ciekawe jakimi pomysłami zaszkoczą nas uczestnicy w tym roku. ■



### dr hab. Małgorzata Makiewicz

Kierownik Zakładu Pedagogiki Małego Dziecka Akademii Pedagogiki Specjalnej w Warszawie i prof. Instytutu Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego. Inicjatorka i przewodnicząca jury międzynarodowego konkursu fotograficznego *Matematyka w obiektywie*. Autorka książek i artykułów o kulturze i edukacji matematycznej. Head of the Department of Early Childhood Pedagogy at the Academy of Special Education in Warsaw and professor at the Institute of Mathematics at the University of Szczecin. Initiator and chairperson of the jury of the international photography competition *Mathematics in Focus*. Author of books and articles on mathematical culture and education. ■

And 15 years ago, you created the "Mathematics in Focus" photo contest to prove that math can be photographed.

Before I talk about that, I must mention one more encounter. Many years ago, I listened to a lecture by Professor Aleksander Wolszczan in Szczecin. I remember his methodical presentation of facts about the discovery of extrasolar planetary systems, illustrated by Wojciech Siudmak's images. It was then I realized how deeply science intertwines with art.

### So how do you photograph math?

Mathematics, like philosophy, is a formal science. Numbers, space, functions – these are examples of abstract and invisible objects. Our contest is one of the most challenging competitions in the art of painting with light. Participants from around the world send photographs presenting their own representations of mathematical concepts or laws. Recently, we awarded a photograph depicting two plates with two soups.

### What's mathematical about that?

Well, leftover broth is often turned into tomato soup. You could say tomato soup is the derivative of broth. Therefore, broth is the integral of tomato soup. We had a photo of a chili pepper casting a shadow, titled *Rzutowanie na ostro*. A sparrow sitting in the shape of a conic curve was called "kierownica paraboli". A macro shot of a snowflake was called *Zima nas Kocha*, with a capital "K" to allude to Helge von Koch, creator of the Koch snowflake. One night photo showed a spinning merry-go-round with two flashlights attached. It created perfect concentric circles. Another photo showed a streetlamp casting a cone-shaped light. A child's game on a pottery wheel showed a solid of revolution. Two autumn leaves in sunlight illustrated Hausdorff space. Cookie cutters with beads inside represented the pigeonhole principle – since one cutter held two beads. A photo of metal art on a Berlin library door showed a visual proof of the Pythagorean Theorem from Euclid's *Elements*. I'm curious to see the creative ideas of this year's entries. ■